

Paulina Tyc <https://orcid.org/0009-0002-0035-0409>e-mail: paulina.tyc1607@gmail.com

Autonomizacja ucznia w uczeniu się matematyki na pierwszym i drugim etapie edukacyjnym*

https://doi.org/10.25312/kiw.28_ptyc

Streszczenie: Przedmiotem artykułu jest wspieranie przez nauczycieli autonomii w zakresie uczenia się matematyki przez ich wychowanków, czyli autonomizacji. Właściwym środkiem umożliwiającym osiągnięcie tego celu są zadania i problemy matematyczne. Prześledzono ich wykorzystanie przez nauczycieli pierwszego i drugiego etapu edukacyjnego. Badanie miało charakter jakościowy i zostało przeprowadzone w paradygmacie konstruktywistycznym. Do zgromadzenia danych wykorzystano metodę wywiadu i obserwacji. Przy interpretacji materiału badawczego wykorzystano koncepcję Gustawa Trelińskiego. Na podstawie badania ustalono, że chociaż posługiwanie się zadaniami i problemami matematycznymi oddziałuje pozytywnie na autonomizację uczniów w zakresie uczenia się matematyki, to jednak nauczyciele edukacji wczesnoszkolnej, *respective* nauczyciele matematyki, rzadko wykorzystują ten środek w swojej codziennej praktyce lekcyjnej.

Słowa kluczowe: autonomizacja, uczenie się, nauczanie, edukacja matematyczna, zadania i problemy matematyczne.

* Artykuł powstał na podstawie pracy magisterskiej pt. *Kształtowanie umiejętności rozwiązywania zadań i problemów matematycznych w klasie trzeciej i czwartej*, przygotowanej przez autorkę pod kierunkiem dr. hab. Dariusza Stępkowskiego, prof. ucz., na Wydziale Nauk Pedagogicznych niwersytetu Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie i obronionej w 2024 roku.

Nota autorska

Paulina Tyc – nauczycielka matematyki i fizyki alternatywnej w podwarszawskiej szkole oraz publicznej warszawskiej szkole na śródmieściu. Absolwentka jednolitych studiów magisterskich Pedagogiki Przedszkolnej i Wczesnoszkolnej Uniwersytetu Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie oraz studiów licencjackich Fizyki specjalności nauczycielskiej Uniwersytetu Warszawskiego. Jej zainteresowania obejmują głównie matematyczną edukację konstruktywistyczną oraz metody jej doskonalenia we wszystkich szkołach – nie tylko tych alternatywnych.

Wprowadzenie

Uczenie się należy do podstawowych pojęć dydaktyki i oznacza aktywność własną ukierunkowaną na rozwój oraz samodoskonalenie. Czesław Kupisiewicz zdefiniował uczenie się jako „proces nabywania przez uczący się podmiot określonych wiadomości, umiejętności i nawyków, dokonujący się w toku bezpośredniego i pośredniego poznania rzeczywistości”¹. Ta definicja jest najbliższa podejściu, które przyjmuję w poniższym artykule za podstawę i określam mianem autonomii uczenia się. W odróżnieniu od wciąż dominującego w literaturze przedmiotu traktowania uczenia się jako wtórnej reakcji ucznia na bodźce dostarczane przez nauczyciela² i przyswajania gotowych form (schematów) myślenia oraz działania³ Czesław Kupisiewicz w cytowanej powyżej definicji podkreśla zaangażowanie podmiotu uczącego się, który zdobywa wiadomości, umiejętności i nawyki, wchodząc w kontakt poznawczy z rzeczywistością i ją eksplorując.

Patrząc na uczenie się przez pryzmat aktywności własnej podmiotu, z łatwością się zgodzimy, że ludzie różnią się między sobą cechami osobowości i w związku z tym rozmaicie poznają rzeczywistość oraz konstruują swoją wiedzę na jej temat. W tym kontekście często mówi się o strategiach uczenia się⁴. Moim zdaniem można uznać pojęcie autonomii uczenia się za wspólny mianownik dla tych strategii. W *Nowym słowniku pedagogicznym* W. Okoń wyjaśnia, że polski termin „autonomia” pochodzi od starogreckich słów *autós* (‘sam’) oraz *nómos* (‘prawo’) i konotuje przede wszystkim

¹ Cz. Kupisiewicz, *Podstawy dydaktyki ogólnej*, Wydawnictwo PWN, Warszawa 1984, s. 17.

² L. Wrona, *Uczenie się*, [w:] T. Pilch (red.), *Encyklopedia pedagogiczna XXI wieku*, t. VI, Wydawnictwo Akademickie „Żak”, Warszawa 2004, s. 873–876; Z. Włodarski, W. Budohoska (red.), *Psychologia uczenia się: praca zbiorowa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998, s. 11.

³ W. Okoń, *Wprowadzenie do dydaktyki ogólnej*, Wydawnictwo PWN, Warszawa 1987, s. 56.

⁴ J. Targońska, *Jak badać autonomię uczących się?*, „Języki Obce w Szkole” 2008, nr 6, s. 31–41; M. Kolberg, *Poznawcze i metapoznawcze strategie uczenia się – w kierunku uczenia się samoregulowanego*, [w:] E. Filipiak (red.), *Rozwijanie zdolności uczenia się. Wybrane konteksty i problemy*, Wydawnictwo Uniwersytetu Kazimierza Wielkiego, Bydgoszcz 2008, s. 151.

wychowanie⁵. Takie rozumienie wydaje się powszechną regułą w pedagogice⁶. Gdyby jednak powiązać autonomię nie z wychowaniem, lecz uczeniem się, czym by ona była?

Szukając odpowiedzi na powyższe pytanie, zwróciłam uwagę na publikację J. Kucharovej⁷. Za niezbędny warunek do osiągnięcia przez ucznia autonomii uczenia się czeska pedagoga uważa jego własne zaangażowanie w uczenie się. Za A. Sarbiewską chciałabym to zaangażowanie porównać do partycypowania w (samo)kształceniu⁸. Zaangażowanie partycypacyjne odróżnia się od zwyczajnego uczestnictwa w lekcjach tym, że uczeń współdecyduje o treściach kształcenia, wypracowuje swoje indywidualne strategie uczenia się, korzysta ze środków ułatwiających naukę, współdziała w grupie, zarządza własnym czasem i ocenia osiągnięte efekty. Naszkicowane ujęcie autonomii uczenia się skutkuje nie tylko czynnym udziałem w procesie dydaktycznym, lecz również wzięciem przez ucznia na siebie odpowiedzialności za budowanie wiedzy osobistej⁹. Za J. Targońską można stwierdzić, że autonomia uczenia się budzi w uczącym się motywację wewnętrzną, uczy planowania własnych działań edukacyjnych, skłania do stawiania sobie ambitnych celów i wcielania ich w życie przez samodyscyplinę¹⁰.

Matematyka charakteryzuje się abstrakcyjnością, hermetycznym językiem i dyscypliną myślową¹¹. To ją wyróżnia z innych przedmiotów szkolnych. Uczenie się matematyki wymaga od ucznia rozwinięcia umiejętności argumentowania, dowodzenia, klasyfikowania, porządkowania, generalizowania, konkretyzowania, wnioskowania przez analogię, formalizowania i w ogóle bycia twórczym¹². Poza tym dyscyplina ta uczy stawiania i rozwiązywania problemów, wyciągania wniosków i precyzowania myśli¹³. Od nauczyciela matematyki oczekuje się, że będzie wdrażał uczniów do samodzielnego odkrywania wiedzy i twórczego z niej korzystania. W aktualnie obowiązującej podstawie programowej zapisano, że to odkrywanie powinno być organizowane w odniesieniu do znanej uczniowi rzeczywistości i konkretnych obiektów w niej

⁵ W. Okoń, *Nowy słownik pedagogiczny*, Wydawnictwo Akademickie „Żak”, Warszawa 2001, s. 32.

⁶ B. Jezierska, *Autonomia*, [w:] T. Pilch (red.), *Encyklopedia pedagogiczna XXI wieku*, t. I, Wydawnictwo Akademickie „Żak”, Warszawa 2004, s. 244.

⁷ J. Kucharová, *The Role of Teacher and Pupil in the Context of Autonomous Learning*, „Theology and Philosophy of Education” 2024, vol. 2, s. 43–51, <https://tape.academy/index.php/tape/article/view/55> [dostęp: 19.02.2025].

⁸ A. Sarbiewska, *Partycypowanie uczniów w (samo)kształceniu na lekcjach języka angielskiego. Raport z badania nauczycielskiego*, „Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska” 2023, nr 2, s. 211–232, <https://journals.umcs.pl/j/article/view/15546> [dostęp: 19.02.2025].

⁹ J. Pieter, *Wiedza osobista. Wprowadzenie do psychologii wiedzy*, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, Katowice 1993.

¹⁰ J. Targońska, *Jak badać autonomię uczących się?*, „Języki Obce w Szkole” 2008, nr 6, s. 32.

¹¹ A. Mroczkowski, *Kultura uczenia się matematyki uczniów kończących II i III etap edukacyjny*, Wydawnictwo Uniwersytetu Kazimierza Wielkiego, Bydgoszcz 2019, s. 51.

¹² Tamże, s. 52.

¹³ D. Zaremba, *Sztuka nauczania matematyki w szkole podstawowej*, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2004, s. 26.

występujących¹⁴. Tak sprofilowane lekcje muszą być realizowane przede wszystkim na pierwszym etapie edukacyjnym aż do rozwinięcia się myślenia abstrakcyjnego, co dokonuje się z reguły na początku drugiego etapu kształcenia ogólnego. Patrząc z tego punktu widzenia, trzeba podkreślić, że uczniowie powinni posiadać autonomię uczenia się jako sprawność kierowania osobistym nabywaniem wiadomości, umiejętności i postaw najpierw w szkole, a następnie przenieść ją na sytuacje pozaszkolne. Warto zapytać, czy edukacja szkolna wspiera w uczniach tak rozumianą autonomię uczenia się?

Zmierając do udzielania odpowiedzi na postawione powyżej pytanie, chciałabym skoncentrować się nie na osobotwórczych walorach matematyki, lecz na zbadaniu oddziaływania treści matematycznych na podmiot uczący się. Jako nauczycielka matematyki przekonałam się w mojej praktyce zawodowej, że jedną z najważniejszych i równocześnie najtrudniejszych spraw jest przeciwdziałanie zniechęceniu uczniów do uczenia się tego przedmiotu. Zgodnie z przedstawioną na początku definicją uczenie się polega na własnej aktywności poznawczej uczącego się, który nawiązuje pośredni i bezpośredni kontakt z rzeczywistością i czerpie z niej wiadomości oraz umiejętności, konstruuując swoją wiedzę osobistą. Uważam, że dzieje się to na lekcjach matematyki przez stawianie problemów i formułowanie zadań matematycznych.

W opracowaniach metodycznych z zakresu dydaktyki matematyki panuje spore zamieszanie wokół terminów „zadanie” i „problem”. W lepszym zrozumieniu różnicy między problemem a zadaniem pomocna może okazać się klasyfikacja G. Trelieńskiego¹⁵. Autor rozróżnił zadanie jako problem przewodni, zadania tematyczne i zadania metodologiczne¹⁶. Problem przewodni badacz odnosi do wytyczenia pola problemowego, na którym będą przebiegać działania nauczyciela i ucznia. Dla tego drugiego to, co będzie robił, wiąże się z generowaniem nowej wiedzy i dlatego jego czynności są skupione na „odkrywaniu, precyzowaniu, porządkowaniu lub rozwijaniu”¹⁷. Jak twierdzi autor, nauczyciel kieruje uwagę uczniów na problem przewodni wówczas, gdy stawia im pytania. Ich rola polega na wywołaniu nastawienia badawczego i postawy badacza-odkrywcy. W warunkach edukacji szkolnej eksplorowanie przez ucznia pola problemowego nie może przypominać chaotycznego mierzenia się z trudnościami

¹⁴ Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. 2017, poz. 356, s. 171), <https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/download.xsp/WDU20170000356/O/D20170356.pdf> [dostęp: 19.02.2025].

¹⁵ G. Trelieński, *Aspekty dydaktyczne zadań matematycznych*, z. 3, [w:] tegoż (red.), *Planowanie i praktyka nauczania matematyki*, Wyższa Szkoła Pedagogiczna im. Jana Kochanowskiego, Kielce 1998.

¹⁶ Tamże, s. 7.

¹⁷ Tamże.

mi, lecz musi zostać odpowiednio przygotowane przez nauczyciela. W niczym nie pomniejsza to aktualności konstruktywistycznego postulatu dydaktycznego, zgodnie z którym poruszanie się ucznia po wspomnianym polu problemowym powinno odbywać się w szkole, na ile tylko jest to możliwe, w sposób spontaniczny i samodzielny.

W kształceniu szkolnym na pierwszym i drugim etapie edukacji zajmowanie się problemami matematycznymi przybiera ambiwalentną postać. Gdy jedna część uczniów pracuje (jeszcze) na konkretach, druga posługuje się (już) myśleniem abstrakcyjnym. Jedni i drudzy zdobywają doświadczenia, którymi mogą dzielić się między sobą w trakcie dyskusji. Wnioski powinny prowadzić do zadań tematycznych i metodologicznych. Pierwsze z nich – zadania tematyczne – obejmują ćwiczenia, których przedmiotem są zaplanowane przez nauczyciela treści kształcenia. Powinny one być ukierunkowane na stopniowe nabywanie przez uczniów wiedzy, umiejętności i postaw jako efektów uczenia się. Zadania metodologiczne natomiast odnoszą się do nabywania przez uczniów specyficznych metakompetencji poznawczych, takich jak rozumienie, czym jest wnioskowanie, definiowanie, argumentowanie itp. Zadania te znajdują się na szczycie modelu G. Trelińskiego¹⁸, a dotarcie przez ucznia do tego poziomu równe jest osiągnięciu pełnej autonomii uczenia się.

Założenia metodologiczne badania własnego

Przeprowadzone przeze mnie badanie nauczycielskie odbyło się zgodnie z podejściem oznaczanym mianem badania bliskiego praktyce (ang. *close-to-practise research*)¹⁹. Eksplorowanie i analizowanie sytuacji dydaktycznych odbywa się w bezpośrednim kontekście praktycznych czynności edukacyjnych²⁰. Uzyskane wnioski mają służyć rozwiązaniu konkretnego problemu przez wspomaganie nauczycieli i uczniów jako uczestników sytuacji problemowej.

Do zgromadzenia danych posłużyłam się metodą wywiadu indywidualnego²¹ i obserwacji etnograficznej²². Moimi celami było opisanie, wyjaśnienie i ocena rozwijania przez nauczycieli uczących matematyki na pierwszym i drugim stopniu edukacyjnym autonomii uczenia się za pomocą problemów i zadań matematycznych. Zrealizowanymi przeze mnie czynnościami badawczymi kierowały następujące pytania: (1) Jak nauczyciele edukacji wczesnoszkolnej i nauczyciele matematyki rozumieją

¹⁸ Tamże, s. 10.

¹⁹ British Educational Research Association [BERA], *Close-to-Practice Educational Research: a BERA statement*, London 2018, s. 2, https://www.bera.ac.uk/wp-content/uploads/2018/11/BERA-Close-to-Practice_statement_Nov2018-1.pdf [dostęp: 19.02.2025].

²⁰ S. Edwards, Ch. Brown, *Close-to-practise research: The need for student voice and the strange case of Academy x*, „London Review of Education” 2020, vol. 2, s. 480–494.

²¹ K. Rubacha, *Metodologia badań nad edukacją*, Wydawnictwa Akademickie i Profesjonalne, Warszawa 2011, s. 133–151.

²² Tamże, s. 151–157.

problemy i zadania matematyczne?; (2) Do osiągnięcia jakich celów nauczyciele edukacji wczesnoszkolnej i nauczyciele matematyki wykorzystują problemy i zadania matematyczne?; (3) Jakie efekty uczenia się uzyskują uczniowie dzięki nauczaniu prowadzonemu z użyciem problemów i zadań matematycznych?

Przedmiotem badania były opinie i praktyczne działania nauczycieli w zakresie autonomizacji uczenia się matematyki przez uczniów edukacji wczesnoszkolnej.

Badanie zostało zrealizowane między 1 a 31 marca 2024 roku w jednej z warszawskich szkół podstawowych. Uczestniczyły w nim cztery nauczycielki – dwie pracujące z klasami III i dwie zatrudnione na stanowisku nauczyciela matematyki w klasach IV. Dobór nauczycieli był celowy. Średnia wieku nauczycielek wyniosła 47 lat, przy czym najstarsza uczestniczka badania miała 60 lat, a najmłodsza 34. Nauczycielki edukacji wczesnoszkolnej ukończyły jednolite studia magisterskie, z kolei spośród nauczycielek matematyki jedna była absolwentką studiów I stopnia, a druga – II stopnia. Trzy nauczycielki posiadały stopień nauczyciela dyplomowanego, a jedna nauczyciela mianowanego. Średnia stażu pracy wyniosła 24,5 roku. Najdłużej zatrudniona pracowała w oświacie 35 lat, a najkrócej – 12 lat.

Z nauczycielkami odbyłam najpierw wywiady indywidualne, a następnie obserwowałam prowadzone przez nie zajęcia z matematyki. Narzędzia badawcze – scenariusz wywiadu i scheduła obserwacji – zostały opracowane na podstawie pytań szczegółowych. W scenariuszu przygotowałam pytania kierunkowe i pytania pomocnicze do trzech obszarów tematycznych: (1) doświadczeń związanych z nauczaniem matematyki na pierwszym i drugim stopniu edukacji ogólnej; (2) wykorzystania zadań i problemów matematycznych w pracy lekcyjnej; (3) specyficznych problemów uczniów w uczeniu się matematyki. Scheduła obserwacji obejmowała również trzy obszary, a mianowicie: (1) kreowanie przez nauczyciela sytuacji dydaktycznych polegających na rozwiązywaniu zadań przez uczniów; (2) wspieranie przez nauczycieli samodzielnego rozwiązania zadań i problemów matematycznych przez uczniów; (3) kontrolowanie przez nauczycieli umiejętności uczniów w zakresie rozwiązywania zadań i problemów matematycznych.

Wywiady i obserwacje dostarczyły danych jakościowych, które zostały najpierw przetranskrybowane, a następnie poddane analizie. Analiza polegała na tym, że zakodowałam *in vivo* wypowiedzi nauczycielek i zapisy z obserwacji lekcji, uzyskując kategorie (słowa kluczowe). Z pomocą koncepcji G. Trelińskiego podzieliłam wypowiedzi i opisy działań nauczycielek na zgodne i niezgodne z trzema typami problemów i zadań matematycznych. W końcu omówiłam uzyskaną wiedzę w odniesieniu do pól tematycznych wyodrębnionych na podstawie pytań badawczych.

Wyniki badania

W odniesieniu do pierwszego pytania badawczego wyodrębniłam w materiale badawczym dziewięć typów zadań matematycznych stosowanych przez nauczycielki edukacji wczesnoszkolnej i nauczycielki matematyki pracujące z klasą IV. Za zgodne z modelem G. Trelińskiego uznałam łamigłówki, zadania niestandardowe, zadania tekstowe, zadania graficzne, zadania rachunkowe i zadania konkursowe. Łamigłówki i zadania niestandardowe odnoszą się do problemów przewodnich, zadania tekstowe, zadania graficzne i zadania rachunkowe – do zadań tematycznych, z kolei zadania konkursowe i nieszablonowe – do zadań metodologicznych.

Jeżeli chodzi o zadania dotyczące problemów przewodnich, w trakcie wywiadu jedna z nauczycielek zwróciła uwagę na łamigłówki jako znakomity sposób uczenia się matematyki przez uczniów, mówiąc, że „świetnie sobie dają radę (...), jak mają łamigłówki” (WI3-1, w. 227²³). Zadania niestandardowe były ukazywane przez nauczycielki z różnych perspektyw. Jedna z nauczycielek wczesnoszkolnych podzieliła się opinią, że „trzeba dostosować trudności (...) zadań [niestandardowych – dop. P.T.]. One się pojawiają na lekcji, ale jeden uczeń jest w stanie [je] rozwiązać (...), a inny nie” (WI3-2, w. 37–38). Inna zadeklarowała, że te zadania nadają się znakomicie „na (...) przerwę. Niestety nie robię tego na każdej przerwie, ale raz w tygodniu zdarza mi się to zrobić takie zadanie matematyczne” (WI3-1, w. 13–14). Nauczycielka matematyki pracująca z klasą IV wyznała: „w odniesieniu do mojej obecnej klasy, no to oni sobie bardzo dobrze radzą z takimi zadaniami, właśnie takimi niestandardowymi. Potrafią, naprawdę, wpaść na takie pomysły, na które ja bym pewnie nie wpadła, albo mają inne pomysły niż ja” (WI4-2, w. 141–144). Inna respondentka zaznaczyła, że codzienna praca z zadaniami niestandardowymi możliwa jest wyłącznie z uczniami uzdolnionymi, którzy szybciej pracują i są zmotywowani do nauki. Ci właśnie „chętnie podejmują dodatkowe aktywności” (WI4-1, w. 170–171). Druga nauczycielka matematyki pracująca z klasą IV stwierdziła, że brakuje jej na lekcji czasu do pracy z zadaniami niestandardowymi i dlatego umieszcza je na gazetce. Dzieci, żeby sprawdzić, czy dobrze je rozwiązały, „nawet na przerwie potrafią przyjść, jak mają na gazetce nowe zadanie” (WI4-2, w. 113).

Do zadań tematycznych według modelu G. Trelińskiego zaliczyłam zadania tekstowe, graficzne i rachunkowe. Praca z nimi była najczęściej werbalizowana przez uczestniczki wywiadów. Nauczycielka matematyki w klasie IV powiedziała, że podczas jej lekcji „wszyscy uczniowie (...) robią (...) takie samo zadanie, tylko z innymi liczbami” (WI4-1, w. 161) i że „trzeba się skupić przede wszystkim (...) na tych podstawowych umiejętnościach, (...) które są w podręczniku” (WI4-1, w. 115–116). Jak wiadomo, są to umiejętności rachunkowe. Pomimo tego ograniczenia udaje się

²³ Odwołanie do transkrypcji wywiadu oznacza: WI3 – wywiad indywidualny z nauczycielką edukacji wczesnoszkolnej uczącej w klasie III, cyfra 1 – numer wywiadu, w. 227 – numer wersu. Analogicznie będzie z pozostałymi oznaczeniami wywiadów.

jej czasami zastosować inne „formy [zadań – dop. P.T], żeby to nie było tylko (...) ćwiczenie” (WI4-1, w. 117).

Również nauczycielki edukacji wczesnoszkolnej preferowały zadania tematyczne (tekstowe, graficzne i rachunkowe) w kontekście kształtowania umiejętności. Uczniowie jednej z nich „rozwiązują zadania z treścią, znają tabliczkę [mnożenia – dop. P.T.] oraz wszystkie działania [arytmetyczne – dop. P.T.]” (WI3-2, w. 48). Ponadto robią „dużo zadań graficznych” (WI3-2, w. 6–7). Druga nauczycielka dodała krytycznie: „dzieci ogranicza podręcznik i dla mnie zadania są (...) sztamkowe, idą w jednym kierunku” (WI3-1, w. 216–217).

Podczas kodowania materiału badawczego uznałam zadania konkursowe i nie-szablonowe za zadania metodologiczne w rozumieniu G. Trelińskiego. Jednak po bardziej wnikliwej analizie uznałam, że nie spełniają one wymogów stawianych temu typowi zadań. Na tej podstawie stwierdzam, że zadania metodologiczne nie pojawiły się w wypowiedziach uczestniczek wywiadów. Dodam w tym miejscu, że również nie zaobserwowałam ich podczas hospitacji lekcji matematyki.

Pewna część zadań, o których była mowa podczas wywiadów i które mogłam bezpośrednio zaobserwować na lekcjach prowadzonych przez respondentki, znalazła się poza modelem G. Trelińskiego. Były to zadania praktyczne na matematyzację, zagadki i zadania szablonowe. Odnośnie do dwu pierwszych typów nauczycielki podzieliły się swoimi doświadczeniami – powiedziały, że przy ich realizacji wykorzystują konkretne przedmioty i wiedzę życiową uczniów. Wówczas starają się poruszyć „tematy bardziej życiowe” (WI4-1, w. 8), takie jak „matematyka od kuchni, matematyka w sklepie” (WI3-1, w. 21–22). Deklarowały przy tym, że zagadkami da się łatwo zmotywować uczniów do angażowania się na lekcji (WI4-2, w. 113).

Najwięcej zadań szablonowych dostrzegłam podczas obserwacji zajęć lekcyjnych. U jednej z nauczycielek edukacji wczesnoszkolnej dominowały rozbudowane zadania tekstowe, przy których korzystała ona z gotowych „kart z treściami” (SO3-1, w. 1²⁴). Ta sama nauczycielka zadawała zadania rachunkowe. Nie tworzyła przy tym żadnej sytuacji problemowej, która by wprowadzała uczniów w realizowane zagadnienie matematyczne. W jej klasie zaobserwowałam również duże zróżnicowanie w poziomie aktywności uczniów. W swoich notatkach napisałam: „Większość uczniów przepisuje rozwiązanie podane przez ucznia, który prawidłowo rozwiązał zadanie, nie podejmując żadnych prób samodzielnego dojścia do niego. Tylko kilka osób (ok. 3–4) podejmuje taką próbę i przelicza samemu wartości wynikające z treści zadania. Osoby, które nie podjęły się samodzielnego szukania rozwiązania, obserwują, słuchają z uwagą i czekają na gotowy wynik” (SO3-1, w. 12–16).

W odróżnieniu od powyższego u nauczycielek matematyki z drugiego etapu edukacyjnego zaobserwowałam odmienne podejście do zadań szablonowych. Były one

²⁴ Odwołanie do notatek badaczki oznacza: SO3 – schemat obserwacji lekcji prowadzonej przez nauczycielkę edukacji wczesnoszkolnej uczącej w klasie III, cyfra 1 – numer obserwacji, w. 1 – numer wersu. Analogicznie będzie z pozostałymi oznaczeniami obserwacji.

niejako ubierane w sytuację problemową. Jako przykład podam opis takiego działania ze swoich notatek: „Na obrazkach znajdują się bochenki chleba z wykrojonymi częściami. Zadaniem uczniów jest wymyślenie nazwy na usuniętą część bochenka” (SO4-2, w. 2–5). Nauczycielka nie podała żadnej wskazówki, jak uczniowie mają opisać brakującą część, licząc zapewne na ich inwencję twórczą.

W drugim pytaniu badawczym chodziło o wydobycie celów, do których osiągnięcia nauczycielki edukacji wczesnoszkolnej i nauczycielki matematyki wykorzystują problemy i zadania matematyczne. W trakcie analizy zgromadzonego materiału badawczego posłużyłam się jako kryterium pojęciem autonomii uczenia się. Dzięki temu wyodrębniłam w wypowiedziach uczestniczek badania fragmenty, które następnie skategoryzowałam jako „umiejętność indywidualnego uczenia się”, „wyobrażenia matematyczna”, „logiczne myślenie”, „umiejętność matematyzacji”, „zastosowanie wiedzy w praktyce”, „poszukiwanie nowej wiedzy i umiejętności”, „umiejętności rachunkowe” i „czytanie ze zrozumieniem”.

Dla każdej z nauczycielek zdobycie umiejętności indywidualnego uczenia się było celem długofalowym i nadrzędnym wobec pozostałych celów, które opisałam w wyliczonych powyżej kategoriach. Jedna z respondentek powiedziała: „Nic tak nie wzmacnia [uczenia się matematyki – dop. P.T.] jak praca indywidualna. Dochodzenie samemu, dociekanie problemu, który jest w zadaniu” (WI3-1, w. 299–300). Inna dodała, że uczniowie „muszą ćwiczyć (...) i próbować samodzielnie. Ja jestem w ogóle za tym, żeby pracowali jak najwięcej samodzielnie” (WI4-2, w. 272).

Pomimo podejmowanych działań samodzielność pozostaje wciąż wyzwaniem dla wielu uczniów i to nie tylko z klas III i IV, lecz również wyższych. „Po prostu te dzieci mają trochę za mało czasu na takie dorostanie i nawet jeśli ktoś sobie w czwartej klasie gorzej radzi, to może dojrzeć przez te kilka miesięcy i w piątej klasie będzie już sobie zupełnie inaczej radzić” (WI4-1, w. 191–193). Jedna z nauczycielek edukacji wczesnoszkolnej sformułowała istotny, choć oczywisty wniosek: „Dużo łatwiej jest [zrozumieć matematykę – dop. P.T.] dzieciom, które potrafią pracować samodzielnie; mają dużo łatwiejszy start. Te dzieci, które tej umiejętności nie opanują, czeka spore wyzwanie. Na pewno dużo łatwiej jest tym [uczniom – dop. P.T.], którzy idąc do klasy czwartej, znają już pracę samodzielną” (WI3-1, w. 308–310).

Podczas wywiadów na szczególne znaczenie rozwoju wyobraźni matematycznej i logicznego myślenia zwracały uwagę nauczycielki edukacji wczesnoszkolnej. W tym celu często sięgały po doświadczenia uczniów z życia codziennego. Jedna z nich powiedziała: „Na matematyce bardzo lubię, jak dzieci sobie wyobrażają matematykę, jak robią różnego rodzaju operacje myślowe, nie lubię, jak tylko liczą” (WI3-1, w. 6–7). W innym kontekście ta sama nauczycielka dodała, że chce, żeby uczniowie ćwiczyli „cały czas (...) logiczne myślenie, bo to jest matematyka, a nie tylko rozwiązywanie zadań i wpisywanie w okienko” (WI3-1, w. 229–230).

Mówiąc o matematyzacji jako celu uczenia się matematyki, nauczycielki nawiązywały do zadań praktycznych znanych uczniom z sytuacji życia codziennego. Ich

zdaniem „matematyka to jest życie” (WI3-1, w. 22) i dlatego jedna z nauczycielek stwierdziła: „lubię pokazywać dzieciom matematykę od kuchni, matematykę w sklepie” (WI3-1, w. 22–23), inna zaś przyznała, że chodzi jej o to, „żeby dzieci nie przyswajały [wiedzy – dop. P.T.] mechanicznie, tylko żeby umiały zastosować w praktyce” (WI4-1, w. 8).

Przekazywanie nowych umiejętności rachunkowych jest traktowane przez nauczycielki matematyki z drugiego etapu edukacyjnego jako główny cel nauczania przedmiotu. Jedna z interlokuterek stwierdziła: „Trzeba się skupić przede wszystkim (...) na tych podstawowych umiejętnościach, rzeczach, które są [podane – dop. P.T.] w podręczniku” (WI4-1, w. 114–115). Z tego właśnie powodu druga z nauczycielek ćwiczy te umiejętności z uczniami na lekcjach (WI4-2, w. 20).

Podobnego zdania były nauczycielki wczesnoszkolne. Jedna z nich przyznała, że zależy jej na tym, „żeby dzieci wyniosły z lekcji nowe wiadomości i utrwaliły (...) już zdobyte” (WI3-2, w. 2–3). Na ten sam cel wskazała również druga, mówiąc, że stara się, „żeby dzieci widziały, że dane zadanie mogą na różne sposoby rozwiązać; one muszą znaleźć ten sposób, a każdy może znaleźć inny. Mają potrafić policzyć, wiedzieć, jak policzyć” (WI3-1, w. 21–23).

Mogłoby się wydawać, że rozwijanie czytania ze zrozumieniem nie należy do celów matematyki, tymczasem dwie z czterech uczestniczek wywiadów stwierdziły coś przeciwnego. Jedna z nauczycielek edukacji wczesnoszkolnej uznała, że „trzeba w ogóle nauczyć dzieci czytania zadań” (WI3-1, w. 222), z kolei nauczycielka matematyki w klasie IV przyznała, że „czytanie ze zrozumieniem (...) jest dla dzieci ogromnym problemem” (WI4-1, w. 100–101).

Jako odpowiedź na pytanie badawcze o efekty uczenia się uzyskiwane przez uczniów dzięki nauczaniu prowadzonemu z użyciem problemów i zadań matematycznych wyodrębniłam w materiale badawczym fragmenty wypowiedzi nauczycielek edukacji wczesnoszkolnej i nauczycielek matematyki w klasie IV, które uporządkowałam za pomocą siedmiu kategorii (słów kluczowych): „informacja zwrotna”, „gotowość do dyskusji”, „inicjatywność”, „wytrwałość”, „łatwość dostosowywania się”, „zarządzenie czasem” i „nastawienie na wyniki”. Podobnie jak w poprzednim pytaniu wyliczone efekty oscylują wokół autonomii uczenia się jako podstawowego kryterium oceny pracy pedagogicznej.

Udzielanie uczniowi informacji zwrotnej przez nauczyciela i wchodzenie w dyskusję na jej temat potęgują w nim ciekawość poznawczą i świadomość stanu własnej wiedzy i umiejętności. Jedna z nauczycielek edukacji wczesnoszkolnej stwierdziła, że dla uczniów liczą się „przede wszystkim pytania. Jeśli nie wiedzą [czegoś – dop. P.T.], to od razu zadają pytania. Wyjaśniamy tu i teraz, i to jest bardzo ważne. Druga sprawa, dziecko wie: «Ja potrafię, ja umiem»” (WI3-1, w. 278–279). Dyskusja z nauczycielem jest częstym i oczekiwanym przez nauczycieli zjawiskiem: „Dzieci zadają pytania. Zadają pytania to znaczy, że są ciekawe, co się dzieje” (WI3-1, w. 84–85).

Okazywanie własnej inicjatywy w konstruowaniu wiedzy i zdobywaniu umiejętności matematycznych przedstawiła jedna z nauczycielek matematyki w klasie IV

jako postulat: „Oni też muszą trochę samodzielnie [pracować – dop. P.T.]. Muszą też z siebie coś dać i dać swoje pomysły” (WI4-2, w. 290–291).

Nauczycielki uczące matematyki na drugim etapie edukacyjnym przedstawiły wytrwałość jako istotny efekt związany z postępem uczniowskiej autonomii w uczeniu się. W kontekście pracy z zadaniem matematycznym jedna z nich stwierdziła, że na lekcjach wytrwali uczniowie „czytają (...) często polecenie [aż] do [osiągnięcia – dop. P.T.] zrozumienia, nie zniechęcają się po pierwszym przeczytaniu” (WI4-1, w. 154–155). Można to uzupełnić stwierdzeniem drugiej, która powiedziała, że: „Są dzieci bardzo chętne, bardzo zaangażowane. Nawet jak mają trudności, to podchodzą do tego z optymizmem i chcą spróbować” (WI4-2, w. 48–50).

Cztery efekty, o których była do tej pory mowa, wiązały się bezpośrednio z treścią kształcenia i powstającymi w związku z nią problemami. Trzy następne dotyczą stosunku uczniów do własnego uczenia się. Chodzi w szczególności o dostosowanie do zmiany warunków uczenia się w klasie III i IV szkoły podstawowej, zarządzanie czasem i nastawienie na osiąganie wysokich wyników podczas testów i egzaminów.

W trakcie rozmowy nauczycielka matematyki pracująca z uczniami na drugim etapie edukacyjnym przyznała, że jej uczniowie już „dostosowali się do nowej rzeczywistości klasy czwartej i są bardziej samodzielni niż na początku roku” (WI4-1, w. 149–150). Odnośnie do tej samej kwestii jedna z nauczycielek edukacji wczesnoszkolnej stwierdziła, że w jej klasie uczniowie „rozwiązują zadania z treścią, znają tabliczkę oraz wszystkie działania. (...) wszyscy mają umiejętności wystarczające, żeby iść do klasy czwartej i sobie poradzić” (WI3-2, w. 48–50). Druga, mówiąc o swoich uczniach, zauważyła, że „wszyscy są samodzielni” (WI3-1, w. 306).

W sprawie zarządzania czasem respondentki były pytane o umiejętność uczniów w zakresie regulowania tempa wykonywania zadań. Nauczycielka edukacji wczesnoszkolnej wskazała na to, że: „Są dzieci szybciej i wolniej pracujące” (WI3-1, w. 202). Podobne zdanie sformułowała nauczycielka matematyki w klasie IV: „Uczniowie są zróżnicowani: jedni pracują szybciej, niektórzy wolniej” (WI4-1, w. 61–62). Rzecz jasna, na podstawie tych wypowiedzi nie da się rozstrzygnąć, czy zakładany efekt został osiągnięty, niemniej jednak wypowiedzi nauczycielek świadczą o tym, że spodziewają się one nabycia przez uczniów umiejętności wydajnego wykorzystania czasu nauki.

Odnośnie do pytania o nastawienie uczniów na osiągnięcia w uczeniu się nauczycielka edukacji wczesnoszkolnej stwierdziła, że dba o „wysokie wyniki na sprawdzianach, opanowanie podstawy programowej”. Dodała: „nie ma żadnego dziecka w mojej klasie, które ma problem matematyką” (WI3-2, w. 21–22). Nieco mniej pewnie wyraziła się nauczycielka matematyki z klasy IV, której zdaniem „uczniowie napisali lepiej diagnozę semestralną niż tą na wejście” (WI4-1, w. 58–59).

Dyskusja wyników i wnioski

Podsumowując odpowiedzi uzyskane na trzy pytania badawcze, zauważyłam, że zdaniem nauczycielek edukacji wczesnoszkolnej i nauczycielek matematyki pracujących z uczniami klas IV zastosowanie problemów i zadań matematycznych przyczynia się do rozwijania u dzieci autonomii uczenia się. Równocześnie wszystkie nauczycielki przyznały, że problemy przewodnie, których rozwiązywanie ma – zgodnie z modelem G. Trelińskiego – prowadzić do nowych pojęć i twierdzeń matematycznych, stanowią spore wyzwanie dla ich uczniów. Podejmują je jednak w formie łamigłówek i zadań niestandardowych. Pytania dotyczące celów kształcenia i efektów uczenia się ujawniły, że wypowiedzi nauczycielek tylko w części pokrywają się z trójstopniowym modelem autonomii ucznia się. Było to kształcenie umiejętności indywidualnego uczenia się, rozwijanie wyobraźni matematycznej i logicznego myślenia. W większości cele podawane przez nauczycielki uczestniczące w wywiadach stały w opozycji względem tego, co udało mi się zaobserwować na lekcjach w obszarze rozwijania autonomii uczniów w uczeniu się. Podobnie przedstawiała się kwestia efektów, które – według deklaracji nauczycielek – były ukierunkowane na praktyczne zastosowanie przez uczniów wiedzy matematycznej, faktycznie jednak pozostawały w zgodzie z transmisyjnym przekazaniem i przyswajaniem treści kształcenia. W takich warunkach nauczyciel, zamiast pełnić funkcję przewodnika ucznia, wzmacnia w nim przekonanie, że uczenie się polega na opanowaniu „gotowej matematyki”²⁵, co prowadzi do myślenia odtwórczego, a nie twórczego.

Przedstawione powyżej wyniki skłaniają do głębszego przyjrzenia się sytuacji dydaktycznej, a w szczególności kwestii możliwości zdobywania przez uczniów autonomii uczenia się na lekcjach matematyki zarówno w edukacji wczesnoszkolnej, jak i na początku drugiego etapu edukacyjnego. Mimo że nauczycielki podkreślały znaczenie autonomii w myśleniu matematycznym, to jednak w ich wypowiedziach i działaniach edukacyjnych nie dało się znaleźć potwierdzeń tych deklaracji. Do podobnych wniosków doszli badacze z Instytutu Badań Edukacyjnych, którzy stwierdzili, że najczęstszą formą zadań wykorzystywanych w edukacji szkolnej są zadania rachunkowe, a zadania problemowe stanowią zaledwie 13%²⁶. Dorota Klus-Stańska i Marzenna Nowicka zauważyły, że nauczyciele na lekcjach często nie doceniają zadań problemowych i nie potrafią z nich twórczo korzystać przy rozwijaniu kompetencji matematycznych uczniów. Najczęściej na swoje usprawiedliwienie podają brak czasu²⁷.

²⁵ G. Treliński, *Aspekty dydaktyczne...*, dz. cyt., s. 6.

²⁶ M. Karpiński, M. Zambrowska, *Nauczanie matematyki w szkole podstawowej. Raport z badania*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2015, s. 10, 27, <https://eduentuzjasci.pl/images/stories/publikacje/IBE-raport-nauczanie-matematyki-w-szkole-podstawowej.pdf> [dostęp: 19.02.2025].

²⁷ D. Klus-Stańska, M. Nowicka, *Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej*, Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 2013, s. 175.

Zakończenie

Jednym ze sposobów wspierania nauczycieli w zakresie rozwijania ich umiejętności dydaktycznych może być wywarcie nacisku na wydawnictwa, aby zmodyfikowały podręczniki i zeszyty ćwiczeń tak, żeby dostarczały konkretnych podpowiedzi metodycznych. Innym rozwiązaniem jest metoda budowania myślących klas P. Liljedahl²⁸. Ma ona na celu zmotywowanie wszystkich uczniów do myślenia przez działanie w małych grupach z problemem matematycznym na pionowych tablicach ścieralnych. Założenia tej metody opierają się na 14 praktykach nauczycielskich wspierających uczenie się. Budowanie myślących klas rozpowszechniło się najpierw wśród nauczycieli amerykańskich. Dzięki Szkole Edukacji znajduje coraz więcej swoich zwolenników również w Polsce.

Bibliografia

- British Educational Research Association [BERA], *Close-to-Practice Educational Research: a BERA statement*, London 2018, https://www.bera.ac.uk/wp-content/uploads/2018/11/BERA-Close-to-Practice_statement_Nov2018-1.pdf [dostęp: 19.02.2025].
- Edwards S., Brown Ch., *Close-to-practise research: The need for student voice and the strange case of Academy x*, „London Review of Education” 2020, vol. 2, s. 480–494.
- Jezierska B., *Autonomia*, [w:] T. Pilch (red.), *Encyklopedia pedagogiczna XXI wieku*, t. I, Wydawnictwo Akademickie „Żak”, Warszawa 2004, s. 244–246.
- Karpiński M., Zambrowska M., *Nauczanie matematyki w szkole podstawowej. Raport z badania*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2015, <https://eduentu-zjasci.pl/images/stories/publikacje/IBE-raport-nauczanie-matematyki-w-szkole-podstawowej.pdf> [dostęp: 19.02.2025].
- Klus-Stańska D., Nowicka M., *Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej*, Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 2013.
- Kolberg M., *Poznawcze i metapoznawcze strategie uczenia się – w kierunku uczenia się samoregulowanego*, [w:] E. Filipiak (red.), *Rozwijanie zdolności uczenia się. Wybrane konteksty i problemy*, Wydawnictwo Uniwersytetu Kazimierza Wielkiego, Bydgoszcz 2008.
- Kucharowa J., *The Role of Teacher and Pupil in the Context of Autonomous Learning*, „Theology and Philosophy of Education”, University of Economics in

²⁸ P. Liljedahl, *Budowanie myślących klas na lekcjach matematyki. 14 praktyk nauczycielskich wspierających uczenie się*, Fundacja Dobrej Edukacji, Warszawa 2023.

- Bratislava, Faculty of Applied Languages, Bratislava 2024, s. 43–51, <https://tape.academy/index.php/tape/article/view/55> [dostęp: 19.02.2025].
- Kupisiewicz Cz., *Podstawy dydaktyki ogólnej*, Wydawnictwo PWN, Warszawa 1984.
- Liljedahl P., *Budowanie myślących klas na lekcjach matematyki. 14 praktyk nauczycielskich wspierających uczenie się*, Fundacja Dobrej Edukacji, Warszawa 2023.
- Mroczkowski A., *Kultura uczenia się matematyki uczniów kończących II i III etap edukacyjny*, Wydawnictwo Uniwersytetu Kazimierza Wielkiego, Bydgoszcz 2019.
- Okoń W., *Nowy słownik pedagogiczny*, Wydawnictwo Akademickie „Żak”, Warszawa 2001.
- Okoń W., *Wprowadzenie do dydaktyki ogólnej*, Wydawnictwo PWN, Warszawa 1987.
- Pieter J., *Wiedza osobista. Wprowadzenie do psychologii wiedzy*, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, Katowice 1993.
- Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły i stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. 2017, poz. 356, s. 171), <https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/download.xsp/WDU20170000356/O/D20170356.pdf> [dostęp: 19.02.2025].
- Rubacha K., *Metodologia badań nad edukacją*, Wydawnictwa Akademickie i Profesjonalne, Warszawa 2011.
- Sarbiewska A., *Partycypowanie uczniów w (samo)kształceniu na lekcjach języka angielskiego. Raport z badania nauczycielskiego*, „Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska” 2023, nr 2, s. 211–232, <https://journals.umcs.pl/j/article/view/15546> [dostęp: 19.02.2025].
- Targońska J., *Jak badać autonomię uczących się*, „Języki Obce w Szkole” 2008, nr 6, s. 264–288.
- Treliński G., *Aspekty dydaktyczne zadań matematycznych*, z. 3, [w:] tenże (red.), *Planowanie i praktyka nauczania matematyki*, Wyższa Szkoła Pedagogiczna im. Jana Kochanowskiego, Kielce 1998.
- Włodarski Z., Budohoska W. (red.), *Psychologia uczenia się: praca zbiorowa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998.
- Wrona L., *Uczenie się*, [w:] T. Pilch (red.), *Encyklopedia pedagogiczna XXI wieku*, t. VI, Wydawnictwo Akademickie „Żak”, Warszawa 2004, s. 873–876.
- Zaremba D., *Sztuka nauczania matematyki w szkole podstawowej*, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2004.

Learner autonomization in learning mathematics at the first and second educational levels

Abstract: The subject of this article is teachers' support of student autonomy in learning mathematics, referred to as autonomisation. Mathematical tasks and problems are an appropriate means of achieving this goal. Their use by teachers of the first and second educational stage was traced. The study was qualitative in a constructivist paradigm. The interview and observation methods were used to collect data. The concept of Gustav Trelinski was used to interpret the research material. On the basis of the study, it was found that although the use of mathematical tasks and problems has a developmental effect on students' autonomy in learning mathematics, early school education respective mathematics teachers rarely use this means in their daily lesson work.

Keywords: autonomization, learning, teaching, mathematics education, mathematical tasks and problems.

About the Author

Paulina Tyc – mathematics and physics teacher of an alternative school near Warsaw and at a public school in central Warsaw. She holds a long-cycle master's degree in Pre-school and Early School Pedagogy from Cardinal Stefan Wyszyński University in Warsaw and a bachelor's degree in Physics with a specialization in teaching from the University of Warsaw. Her main interests include mathematical constructivist education and methods for its improvement in all schools - not only alternative ones.